

# 面向移动通信的概率成形两层编码调制方案

袁瑞敏<sup>1</sup>, 刘 凌<sup>2</sup>, 白宝明<sup>1,2\*</sup>

(1. 西安电子科技大学空天地一体化综合业务网全国重点实验室, 陕西西安 710071;  
2. 西安电子科技大学广州研究院, 广东广州 510555)

**摘 要:** 作为一种新型的编码调制方案, 概率成形的两层编码调制(Two-Level Coded Modulation with Probabilistic Shaping, TLCM-PS)提供了编码增益和成形增益, 同时保持了适中的复杂度。然而, 现有的TLCM-PS方案尚未针对移动通信中的信道衰落问题提出有效的解决方案。为此, 本文提出了一种适用于衰落信道的TLCM-PS方案。具体而言, 对于高阶信号星座的低可靠度标号比特, 采用5G低密度校验码(Low-Density Parity-Check, LDPC)码进行保护; 对于高可靠度标号比特, 则使用基于硬判决译码的Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH)码进行保护。在衰落信道下, 利用空时分组编码和多天线技术获取分集增益, 减少了低可靠度标号的解调错误概率, 从而使BCH码输出很低的错误概率。高可靠度标号比特采用了并行解映射, 低可靠度标号比特采用硬判决解映射。基于这一特点, 本文分析了编码调制系统的可达速率。基于可达速率分析, 以及分集增益对低可靠度标号比特错误率的影响, 本文提出了一种针对星座成形、LDPC编码和BCH编码的冗余分配方法。首先在无BCH码的假设下, 通过优化可达速率确定成形和LDPC码的最优冗余分配, 得到一个良好的瀑布区性能。然后固定LDPC码的冗余, 取出小部分成形冗余给BCH码, 以轻微的瀑布区性能回退换取子集内标号比特的可靠度。仿真结果表明, 所提方案在 $2 \times 2$ 天线的瑞利衰落信道下能保持低于 $10^{-4}$ 的误帧率, 并且相较于均匀的比特交织编码调制系统, 所提方案在高于6.0比特/二维的传输速率下具有0.75 dB的增益。此外, 分析表明, 相较于均匀的比特交织编码调制系统, 所提方案的复杂度显著降低。

**关键词:** 两层编码调制; 星座成形; 多输入多输出; 信道衰落; 空时分组码; LDPC码

**基金项目:** 国家重点研发计划(No.2021YFA1000500); 国家自然科学基金(No.62171356)

**中图分类号:** TN911

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112(2026)03-1296-14

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20250709

## Two-Level Coded-Modulation Scheme with Probabilistic Shaping for Mobile Communications

YUAN Ruimin<sup>1</sup>, LIU Ling<sup>2</sup>, BAI Baoming<sup>1,2\*</sup>

(1. State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China;  
2. Guangzhou Institute of Technology, Xidian University, Guangzhou, Guangdong 510555, China)

**Abstract:** As a novel coded modulation scheme, two-level coded modulation with probabilistic shaping (TLCM-PS) provides both coding gain and shaping gain while has moderate complexity. However, existing TLCM-PS schemes have not yet provided effective solutions for channel fading in mobile communications. To address this issue, this paper proposes a TLCM-PS scheme which is suitable for fading channels. Specifically, low-reliability labeling bits in higher-order signal constellations are coded by 5G low-density parity-check (LDPC) codes, while high-reliability labeling bits are coded using Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) codes with hard decision decoding. In fading channels, space-time block coding and multiple-antenna techniques are employed to achieve diversity gain, which reduces the demodulation error probability of the low-reliability bits and ensures a very low output error probability for BCH codes. Parallel demapping is adopted for high-reliability labeling bits, whereas hard-decision demapping is used for low-reliability bits. Based on this property, the achievable rate of the coded modulation system is analyzed. Leveraging the achievable rate analysis and the impact of diversity gain on the error rate of low-reliability labeling bits, this paper proposes a method for redundancy allocation among constellation shaping, LDPC codes, and BCH codes. First, under the assumption of no BCH code, the optimal redundancy allocation for shaping and LDPC codes is determined by optimizing the achievable rate, achieving good performance in the waterfall region. Then, with the LDPC redundancy fixed, a small portion of shaping redundancy is reassigned to the BCH code, trading off a slight degradation in waterfall performance for enhanced reliability of intra-subset labeling bits. Simulation results show that the proposed scheme can keep the frame error rate below  $10^{-4}$  under Rayleigh fading channels. Moreover,

compared to the uniform bit-interleaved coded modulation system, the proposed scheme offers a gain of 0.75 dB at the transmission rate above 6.0 bits per two-dimensional symbol. Additionally, analysis shows that the complexity of the proposed scheme is significantly lower than that of the uniform bit-interleaved coded modulation system.

**Keywords:** two-level coded modulation; constellation shaping; multiple-input multiple-output; channel fading; space-time block coding; LDPC codes

**Foundation Item(s):** National Key Research and Development Program of China (No.2021YFA1000500); National Natural Science Foundation of China (No.62171356)

## 0 引言

编码调制技术是物理层关键技术,通过将纠错编码和调制方案相结合,使得通信系统进行高速和高可靠度传输。网格编码调制<sup>[1]</sup>、多层编码<sup>[2]</sup>(MultiLevel Coding, MLC)、比特交织编码调制<sup>[3]</sup>(Bit-Interleaved Coded Modulation, BICM)都是经典的带宽高效的编码调制方案。5G 系统的数据信道采用了 LDPC (Low-Density Parity-Check) 编码<sup>[4]</sup>的 BICM 方案,且采用了 256-QAM (Quadrature Amplitude Modulation) 的调制方式<sup>[5]</sup>。6G 移动通信系统对吞吐量和频谱效率提出了更高的要求<sup>[6]</sup>。这意味着需要更高阶的信号星座,如 1024-QAM。兼顾编码增益与成形增益去设计高吞吐高可靠的编码调制方案,是当前的一个重要研究课题。

按照 Ungerboeck 子集划分<sup>[1]</sup>原理,高阶信号星座的标号比特具有不同的可靠度。BICM 对不同的比特层进行了无差别的编码保护,不能充分利用信号标号不等可靠度的特点。而 MLC 对不同的比特层分配一个适配的编码方案,实际应用时灵活性不足。综合考量之后,一种折中的编码调制方案,即两层编码调制,应运而生。按照可靠度将信号的标号比特划分为两类。低可靠度标号采用基于软判决译码的编码方案,高可靠度标号采用基于硬判决译码的编码方案或者不编码。这种方案的优势在于既保证了误码率性能,同时又做到了较低的复杂度。两层编码最早出现于光通信中<sup>[7]</sup>,随后被应用到无线通信中<sup>[8-9]</sup>。文献[7]使用两层编码减少传输错误,然后级联一个外码来获得极低的错误平层。由于光通信信道条件较好,通常进行一次子集划分(对于幅移键控调制)就足够了。而对于无线信道,需要进行多次子集划分以保证子集内足够的可靠度。文献[8]对多比特的子集标号采用 LDPC 编码的 BICM 传输方案,并设计了适配的信号标号策略来保障编码增益。文献[9]采用了 polar 编码<sup>[10]</sup>的 MLC 方案对子集进行保护,并且子集标号采用了子集划分映射。

常规的编码调制方案传输的是均匀分布的调制信号。根据文献[11],在高斯信道下,采用服从高斯分布的信号有 1.53 dB 的成形增益。这个增益可等价

于谱效提升 0.254 比特/维。对于有限信号集,为了获得类高斯的输入分布,需要用到星座成形技术。星座成形技术分为几何成形<sup>[12]</sup>和概率成形<sup>[13-14]</sup>两类,分别通过改变星座点的位置和传输概率来获得成形增益。对于几何成形,优化星座的位置是一个比较复杂的问题,尤其是对于高维星座。相比之下,概率成形的的设计方法较为简单。传统的概率成形方法包括 Gallager 映射<sup>[15]</sup>和网格成形<sup>[16]</sup>。2015 年,文献[17]提出了概率幅度成形 (Probabilistic Amplitude Shaping, PAS)。凭借着速率兼容和复杂度低的优点, PAS 在学术界获得了广泛关注。 PAS 采用了分布匹配器和纠错编码器级联的结构。其中,分布匹配器用于产生非均匀的概率分布。分布匹配器的效率会影响成形增益的大小。因此, PAS 的一个重要研究方向是分布匹配器的设计。典型的分布匹配器包括,恒定分量分布匹配器<sup>[18]</sup>、枚举球成形<sup>[19]</sup>、壳映射<sup>[20-21]</sup>等。在众多分布匹配器方案里,枚举球成形具有最小的速率损失。关于 PAS 的很多研究是基于加性高斯白噪声 (Additive White Gaussian Noise, AWGN) 信道的。而移动通信系统经历的是无线信道,通常伴随着衰落。为了缓和衰落的影响,文献[22]和[23]在 PAS 系统中引入星座旋转来获得分集增益。在这些工作的基础上,文献[24]引入了多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 系统,并采用预编码消除信号之间的干扰以提升性能。

基于上述研究,可以很自然地想到,将两层编码和概率幅度成形结合起来,是一个很有前景的编码调制方案。目前,已有相关文献对此进行了研究<sup>[25-26]</sup>。文献[25]分析了概率成形的两层编码调制 (Two-Level Coded Modulation with Probabilistic Shaping, TLCM-PS) 系统的可达速率,并基于可达速率优化了成形冗余和编码冗余的分配。文献[26]在文献[8]的基础上引入了概率成形,并进一步优化了标号策略,既能兼容两层编码又能兼容概率成形。类似的工作还有几何成形和两层编码的结合<sup>[27]</sup>。然而在衰落信道下传输时,子集内比特的解调错误率远高于 AWGN 信道下的情形<sup>[8]</sup>。在这种情况下, TLCM-PS 如何选择编码方案以及分配编码冗余,目前还没有得到深入研究。

本文对文献[26]的概率成形两层编码方案进行改进,将其从点对点的AWGN信道推广到了MIMO衰落信道。具体贡献如下:(1)使用空时分组编码<sup>[28]</sup>(Space-Time Block Coding, STBC)的多天线技术获取分集增益,减少了衰落信道下子集内标号比特的解调错误;(2)对子集内的标号比特使用了BCH(Bose-Chaudhuri-Hocquenghem)编码,可以得到低于 $10^{-4}$ 的误帧率(Frame Error Rate, FER),而在文献[26]中,子集内的比特由于无编码保护,在长包传输时误帧率较高;(3)基于上述改进的系统结构,本文综合考量编码调制系统的可达速率,以及分集阶数对子集内的误比特率(Bit Error Rate, BER)的影响,提出了一种分配成形、LDPC编码和BCH编码冗余的方案。

仿真结果表明,对于256-QAM以及1024-QAM,所提方案在 $2 \times 2$ 天线的衰落信道下能很好地工作在FER以下,且相较于均匀的BICM系统,所提方案有0.75 dB左右的增益。

## 1 系统模型

本文提出的编码调制系统采用了级联结构。信息序列先进行分布匹配获得期望的概率分布。然后,按照两层编码的传输方式,将调制符号的标号比特分为子集标号和子集内的标号两类,并分别采用强弱两种编码方案。子集划分改善了星座子集内的最小欧式距离,但是这个距离极易受衰落的影响,导致子集内比特的解调错误超出弱编码方案的纠错能力。因此,本文采用多天线技术来获得分集增益,改善子集内比特的解调性能。接下来先简要地回顾下两层编码,然后从概率成形的两层编码、空时分组编码的MIMO传输技术这两个方面来介绍系统模型。

### 1.1 两层编码概述

在介绍两层编码之前,我们先从经典的编码调制方案说起。MLC在互信息意义上是容量可达的。然而,由于不同比特层需要独立地分配编码方案,且接收端需采用多级译码,MLC在实际应用时具有灵活性较差、译码时延大等问题。因此,大多数通信系统选择BICM方案。两层编码是BICM和MLC之间的折中方案。和MLC一样,两层编码也需要对信号星座进行Ungerboeck子集划分<sup>[1]</sup>。图1为64-QAM星座的Ungerboeck子集划分过程。其中, $\ell$ 为子集划分的层数。为了方便表示,每层划分只给出其中一个星座子集。可以看出,按照这种划分方法,子集内信号点的欧式距离会随着划分层数的增加而增加。这意味着,在子集正确恢复的情况下,子集内的比特具有较高的可靠度。在子集划分进行到某层后,两层编码将比特层分为两类,即选择子集的比特层和选择

子集内信号点的比特层,然后各自采用BICM方案传输。图2对64-QAM星座进行了 $\ell=4$ 层子集划分,得到 $2^\ell=16$ 个子集,每个子集内有4个信号点。其中,属于相同颜色和形状的信号点来自同一个子集,标号是根据文献[26]设计的。在这个例子中,用4个比特作为一层来选择子集,用2个比特作为另一层来选择子集内的信号点。选择子集的比特层具有较低的可靠度,需要采用纠错能力较强的编码,而选择子集内信号点的比特层具有较高的可靠度,可以采用纠错能力较弱的编码。两层编码相比于BICM具有更高的编码增益,同时相比于MLC,具有更高的灵活性和更低的复杂度。

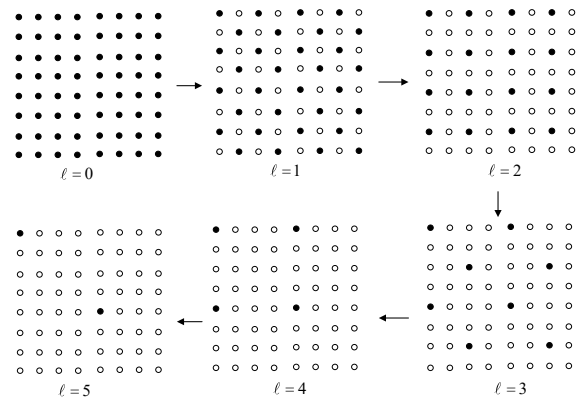


图1 对64-QAM进行5次Ungerboeck子集划分的过程

Figure 1 Ungerboeck's set partitioning on 64-QAM with 5 levels

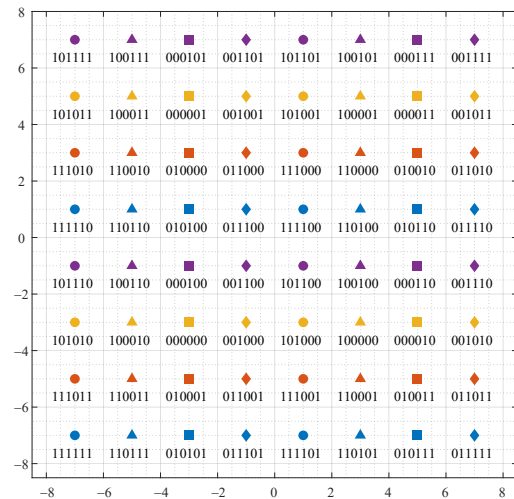


图2 对64-QAM进行4层子集划分

Figure 2 4-level set partitioning on 64-QAM

### 1.2 概率成形的两层编码

设定调制方式为 $2^{2m}$ -QAM,如64-QAM。用 $\mathcal{X}$ 表示信号点的集合。对于 $x \in \mathcal{X}, x = (x_1, x_Q)$ 。其中, $x_1$

和  $x_Q$  分别为  $x$  的同相分量和正交分量。定义  $x$  的幅度  $a = (a_1, a_Q)$  和极性  $s = (s_1, s_Q)$ 。对于同相分量,  $x_1 = s_1 \times a_1$ 。正交分量同理。用  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{S}$  分别表示 QAM 星座的幅度集合和极性集合。给每个信号点分配一个长度为  $2m$  的二进制标号, 即  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_{2m})$ 。为了实现概率成形, 标号应具备极性与幅度可分解的特性。而为了与两层编码结合, 标号  $\mathbf{b}$  也应当可拆分为子集标号和子集内的标号。文献[26]提出了一种标号的设计策略, 使得标号能同时具备上述两种含义。具体的设计方法请参考文献[26], 这里不作过多描述。在本文, 设定  $\mathbf{b}_s = (b_1, b_2)$  和  $\mathbf{b}_a = (b_3, b_4, \dots, b_{2m})$  分别为极性和幅度的二进制表示; 设定  $\mathbf{b}_H = (b_1, b_2, \dots, b_\ell)$  和  $\mathbf{b}_L = (b_{\ell+1}, b_{\ell+2}, \dots, b_{2m})$  分别为子集标号和子集内的标号。图 2 中的标号就是根据文献[26]的设计方法得到的。

概率成形的两层编码调制系统的结构如图 3 所示, 星座符号采用空时分组编码的多天线传输。定义  $N$  为传输块中的 QAM 符号的数量。将信息序列分为两部分。第一部分为附加信息序列, 长度为  $\gamma N, 0 \leq \gamma < 2$ , 记为  $u^{\gamma N}$ 。第二部分为分布匹配器的输入序列, 长度为  $k$ , 记为  $u^k$ 。分布匹配器将  $u^k$  映射为幅度序列  $a^k$ 。  $a^k$  中的幅度符号是非均匀分布的, 体现了概率分布的非均匀性。分布匹配器的速率定义为成形速率(比特/二维), 即

$$R_s = k/N \quad (1)$$

系统的传输速率(比特/二维)可定义为

$$R_t = \frac{k + \gamma N}{N} = R_s + \gamma \quad (2)$$

对于分布匹配器, 如恒定分量分布匹配器<sup>[18]</sup>以及球码<sup>[19]</sup>等, 有以下特征:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} H(X) = R_s + 2 \quad (3)$$

这里的  $H(X)$  为分布匹配器导致的实际的信号熵。考虑到球码的速率损失最小, 本文将采用枚举球成

形<sup>[19]</sup>作为分布匹配器。通过幅度转比特操作, 将  $a^N$  转换为  $(2m-2)$  个比特序列, 即  $b_3^N, b_4^N, \dots, b_{2m}^N$ 。至此, 传输块的幅度比特层已全部生成。随后进行两层编码, 在提供编码保护的同时, 生成极性层的比特。首先对子集内的比特  $b_{\ell+1}^N, b_{\ell+2}^N, \dots, b_{2m}^N$  进行纠错编码。按照 Ungerboeck 子集划分方法, 在已知子集的情况下, 子集内的比特具有较高的可靠度, 因此采用硬判决的纠错编码。本文采用了 BCH 码, 且在编码器的输入端添加了交织器。用  $p_{\text{BCH}}^{\beta N}$  表示 BCH 码产生的  $\beta N$  个校验比特, 其中  $0 < \beta < 2$ 。如果  $\beta = 0$ , 意味着没有 BCH 编码。对于索引子集的比特层, 采用基于软判决译码的纠错码保护, 本文采用了 LDPC 码。对  $p_{\text{BCH}}^{\beta N}$ 、  $U^{\gamma N}$  以及  $b_3^N, b_4^N, \dots, b_\ell^N$  进行比特交织然后传递给 LDPC 编码器, 生成  $N(2-\gamma-\beta)$  个均匀分布的校验比特, 用  $p_{\text{LDPC}}^{N(2-\gamma-\beta)}$  表示。用  $R_{\text{LDPC}}$  表示 LDPC 码的速率:

$$R_{\text{LDPC}} = \frac{(\ell-2)N + \gamma N + \beta N}{\ell N} = \frac{\ell-2+\gamma+\beta}{\ell} \quad (4)$$

在该传输方案中, 均匀分布的比特包括 BCH 码和 LDPC 码的校验比特, 以及附加信息比特。它们构成了极性层的比特。最后, 信号映射器输出长度为  $N$  的调制符号序列  $x^N$ 。

接收端采用了两阶段译码。在第一阶段, 解映射器计算子集标号的比特度量。对于第  $i$  个比特层,  $1 \leq i \leq \ell$ , 度量的计算方法为

$$l_i = \log \frac{\sum_{x' \in \mathcal{X}_{i,0}} P_X(x') p_{Y|X}(y|x')}{\sum_{x' \in \mathcal{X}_{i,1}} P_X(x') p_{Y|X}(y|x')} \quad (5)$$

其中,  $\mathcal{X}_{i,0}$  ( $\mathcal{X}_{i,1}$ ) 表示标号的第  $i$  个比特为 0 (或 1) 的符号集合,  $p_{Y|X}(\cdot|\cdot)$  为信道的转移概率密度函数。经过 LDPC 译码后, 提取出 BCH 码的校验比特和附加信息比特。在第二阶段, 基于之前 LDPC 的译码结果进行子集内的解调, 并作出硬判决。然后进行 BCH 译码。至此, 得到了分布匹配译码器的输入。经过译码后, 可获得剩下的信息比特。

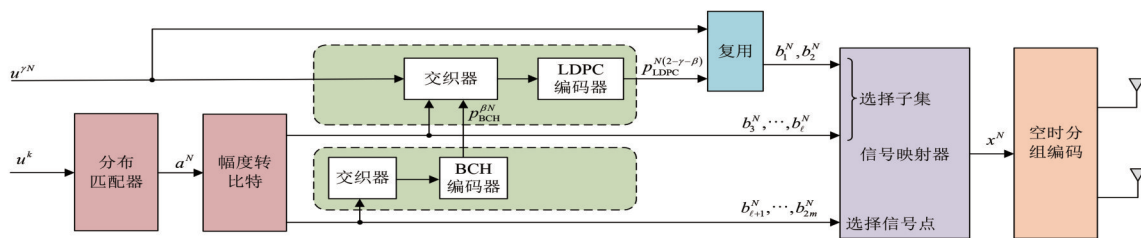


图 3 概率成形的两层编码调制系统

Figure 3 Two-level coded modulation with probabilistic shaping

### 1.3 空时分组编码的 MIMO 传输技术

尽管子集划分改善了星座的最小欧式距离, 但是

受衰落的影响, 子集内比特的解调错误会高于 AWGN 信道下的, 进而超出 BCH 码的纠错能力。为了缓和

信道衰落的影响,可以使用多天线技术获取更高的分集阶数。

空时分组码是一种在多天线技术上的编码方案,能够以较低的复杂度获得分集增益,同时接收端的检测复杂度较低。空时分组码可以用  $L_t \times N_t$  矩阵  $\mathbf{X}$  表示。其中,  $L_t$  表示传输一个分组需要的时隙数,  $N_t$  表示发送天线的数量。 $\mathbf{X}$  中同一列的符号在单一天线上用  $L_t$  个时隙依次发送,同一行的符号在同一时隙内经  $N_t$  个天线并行发送。用  $N_r$  表示接收天线的数量。对于第  $k$  个接收天线,  $L_t$  个时隙内的观测值可以表示为

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{X}\mathbf{h}_k + \mathbf{n}_k \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{h}_k = [h_{1k}, h_{2k}, \dots, h_{N_t k}]^T$  表示  $N_t$  个发送天线到第  $k$  个接收天线的衰落系数,  $\mathbf{n}_k$  由  $L_t$  个均值为 0、方差为  $N_0$  的复高斯随机变量组成。空时分组码通常基于信道为准静态的假设,即在一个分组对应的  $L_t$  个时隙内,信道衰落系数保持不变,而不同分组之间的衰落相互独立。对于  $i=1, 2, \dots, N_t, k=1, 2, \dots, N_r$ , 本文假设  $\{h_{ik}\}$  为独立同分布的复高斯随机变量,其均值为 0、方差为 1。本研究考虑发送天线数为 2 的情形,即  $N_t=2$ 。将调制器输出的发送序列  $x^N$  分为  $N/2$  个分组,每个分组包含 2 个符号。每个分组占用两个时隙。以第一个分组  $(x_1, x_2)$  为例。天线上发送的符号为

$$\mathbf{X} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} \quad (7)$$

第  $k$  个接收天线收到的符号为

$$r_{1k} = \frac{1}{\sqrt{2}} (h_{1k}x_1 + h_{2k}x_2) + n_{1k} \quad (8)$$

$$r_{2k} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-h_{1k}x_2^* + h_{2k}x_1^*) + n_{2k} \quad (9)$$

假设接收端已知信道的衰落系数。通过最大比合并,可以得到

$$y_1 = \sum_{k=1}^{N_r} \frac{1}{\sqrt{2}} (h_{1k}^* r_{1k} + h_{2k} r_{2k}^*) \quad (10)$$

$$y_2 = \sum_{k=1}^{N_r} \frac{1}{\sqrt{2}} (h_{2k}^* r_{1k} - h_{1k} r_{2k}^*) \quad (11)$$

将式(8)、(9)代入到式(10)、(11),可以得到

$$y_1 = g_1 x_1 + z_1 \quad (12)$$

$$y_2 = g_2 x_2 + z_2 \quad (13)$$

其中,  $g_1 = g_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_r} (|h_{1k}|^2 + |h_{2k}|^2)$ ,  $z_1$  和  $z_2$  是独立同分布的均值为 0、方差为  $\frac{N_0}{2} \sum_{k=1}^{N_r} (|h_{1k}|^2 + |h_{2k}|^2)$  的复高斯随机变量。通过  $y_1$  和  $y_2$  分别对  $x_1$  和  $x_2$  进行检测。检测的分集阶数为  $2N_r$ 。

对于空时分组编码系统,等效信道模型可以表示为

$$y_k = g_k x_k + z_k \quad (14)$$

其中,  $\{x_k\}$  是平均符号能量为  $E_s$  的复发送序列,  $\{y_k\}$  是复接收序列,  $\{g_k\}$  是实信道增益序列,  $\{z_k\}$  是噪声序列。本文的信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 定义为  $E_s/N_0$ 。需要注意的是,  $\{z_k\}$  是概率分布时变的复高斯随机序列。单个  $z_k$  的均值为 0, 方差为  $g_k N_0$ 。因此,式(14)中,接收信号的等效信噪比为  $\frac{g_k E_s}{N_0}$ 。基于检测结果,即等效信道的输出,进行译码。在接收端已知信道衰落系数的假设下,子集比特的解调软信息为

$$l_i = \log \frac{\sum_{x' \in \mathcal{X}_{i_0}} P_X(x') p_{\text{YX.G}}(y|x', g)}{\sum_{x' \in \mathcal{X}_{i_1}} P_X(x') p_{\text{YX.G}}(y|x', g)} \quad (15)$$

其中,  $p_{\text{YX.G}}(\cdot|\cdot)$  为等效信道的转移概率密度函数。用  $d_\ell$  表示信号星座进行  $\ell$  次子集划分后,子集星座的最小欧氏距离,假设子集比特译码正确,子集内的误比特率约为

$$P_b \approx E_g \left( \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{g d_\ell^2}{2N_0}} \right) \right) \quad (16)$$

其中,  $E_g(\cdot)$  表示对变量  $g$  求期望。设定调制方式为 256-QAM,子集划分进行  $\ell=4$  次。图 4 描绘了不同收发天线数下,子集内误比特率的估计值。其中,调制方式为 256-QAM,信号熵为 7 比特/二维,子集划分进行 4 层。观察误比特率为  $10^{-4}$  时的信噪比。相比于  $1 \times 1$  天线,  $2 \times 1$  天线的能量增益为 16 dB,  $2 \times 2$  天线的能量增益约为 24 dB。可以反映出,分集增益能够显著改善子集内的误比特率,对于对抗信道衰落有重要意义。图 5 比较了不同概率分布下子集内的误比特率。调制方式为 256-QAM,天线配置为  $2 \times 2$  MIMO,子集划分进行 4 层。随着信号熵的降低,子集内的误比特率得到了改善。这是因为低熵信号的平均能量更小,在同样的信噪比下,噪声方差也更小。在同样的  $P_b$  下,相比于均匀信号,成形信号的信噪比增益和信号能量的增益是一样的。

## 2 空时分组编码的 MIMO 系统的信道容量和输入分布

基于式(14)给出的空时分组编码 MIMO 系统的等效信道模型,对信道容量进行分析。假设接收端已知信道状态。在高斯输入下,可以得到通信系统的最高传输速率(比特/二维)<sup>[29]</sup>,也称之为 Shannon 信道容量:

$$C_{\text{Shannon}} = E_g \left( \log \left( 1 + \frac{g E_s}{N_0} \right) \right) \quad (17)$$

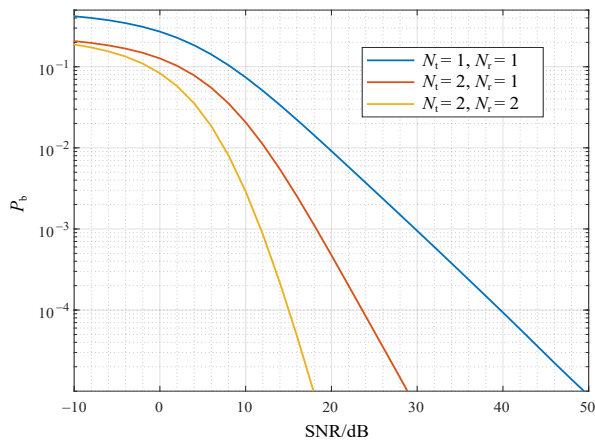


图 4 不同收发天线数下,子集内的误比特率估值

Figure 4 Estimated BER within subsets under different numbers of transmitting and receiving antennas

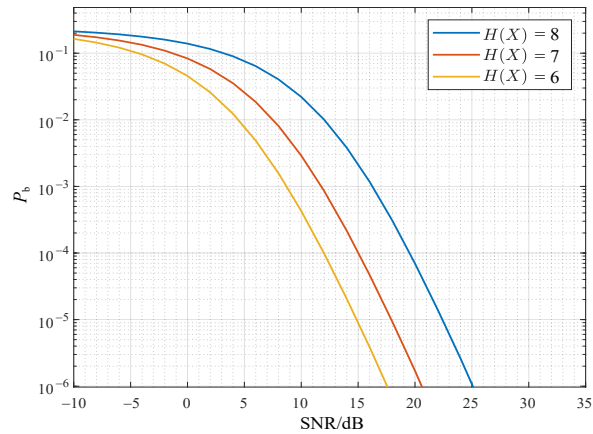


图 5 不同概率分布下,子集内误比特率的估值

Figure 5 Estimated BER within subsets under different probability distributions

在输入受限的情况下,如本文使用的 QAM 星座,通信系统的传输速率(比特/二维)上限为

$$\max_{P_X} I(X; Y, G) \quad (18)$$

其中,  $I(\cdot)$  表示互信息,  $P_X$  为信号的概率分布。达到这个速率需要使用符号度量译码或者多层编码。最优的  $P_X$  可以通过 Blahut-Arimoto 算法<sup>[30-31]</sup>得到。为了方便,本文采用了 Maxwell-Boltzmann (MB) 分布<sup>[14]</sup>作为信号的输入分布。它的优势在于在给定的  $H(X)$  下符号平均能量最小<sup>[14]</sup>。MB 分布的表达式为

$$P_X(x) = A_\lambda e^{-\lambda|x|^2}, A_\lambda = \frac{1}{\sum_{x'} e^{-\lambda|x'|^2}} \quad (19)$$

其中,  $A_\lambda$  是概率归一化参数,参数  $\lambda \geq 0$  可以用来调节具体的概率。当  $\lambda = 0$  时,星座上的信号点是等概的。在 MB 分布约束下,通信系统的传输速率(比特/二维)上限为

$$\max_{P_X; MB} I(X; Y, G) \quad (20)$$

文献[17]给出了式(20)的优化方法,这里不再进行描述。设定调制方式为 256-QAM。图 6 比较了不同天线配置下高斯输入、MB 输入以及均匀输入的信息速率。其中, SISO (Single-Input Single-Output) 表示单发送天线和单接收天线。对于 MB 输入,在每个信噪比下独立地优化概率分布以获得最大的传输速率。从图中可以看出,在不同的天线配置下,MB 输入能在很宽的谱效范围内逼近 Shannon 限,而且随着分集阶数的增加,这个范围也会提高。相比于均匀输入,成形信号在高谱效范围内有明显的能量增益。

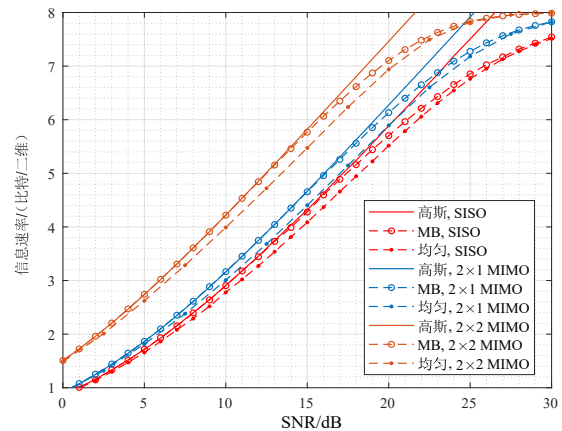


图 6 不同天线配置下的信息速率

Figure 6 Information rates under different antenna configurations

### 3 概率成形两层编码调制系统的性能指标

#### 3.1 可达速率

可达速率反映了编码调制系统的传输速率上限。通过分析可达速率,可以指导系统的最优概率分布和冗余分配等。在分析可达速率时,我们假设信道状态对于接收端是已知的,且信道输入为服从 MB 分布。

对于两层编码,可达速率由两部分组成。子集标号最大传输速率为  $I(B_H; Y, G)$ ,且达到这个速率意味着子集标号需要使用符号度量译码或者多层编码。本文在子集标号译码时使用的是比特度量,见式(15)。由于并行解映射存在损失,可达速率会低于  $I(B_H; Y, G)$ 。为了方便分析,我们建立了信道模型  $B_H \rightarrow Y \times G$ 。根据文献[32]的定理 1,在比特度量译码下,子集比特的可达速率(比特/二维)为

$$R_H = H(B_H) - \sum_{i=1}^{\ell} H(B_i|Y, G) \quad (21)$$

对于子集内的比特,由于 BCH 码采用硬判决译码,所以可达速率(比特/二维)为

$$R_L = H(B_L|B_H) - (2m - \ell)H(P_b) \quad (22)$$

这里假设经过 BCH 编码输入端的交织器后,子集内的错误比特是随机分布的。考虑到 BCH 码的校验比特在子集比特层传输,子集比特的可达速率有  $\beta$  的回退,  $0 < \beta < 2$ 。这是所提编码调制方案为了保证子集比特可靠度付出的代价。因此,编码调制系统的实际的速率(比特/二维)为

$$\begin{aligned} R_{\text{TLC-PS}} &= R_H + R_L \\ &= H(B) - \sum_{i=1}^{\ell} H(B_i|Y, G) - \beta \\ &\quad - (2m - \ell)H(P_b) \end{aligned} \quad (23)$$

### 3.2 BCH 码的输入门限

LDPC 码采用软信息度量进行译码,是一种能够接近信道容量的纠错码。通过优化设计迭代译码门限,就能够获得纠错能力很强的 LDPC 码。因此,LDPC 码提供了编码调制系统的瀑布区增益。由于子集内比特保护程度较高,这意味着即便对解调结果硬判,也能获得较好的误比特率。但是,如果对子集内的比特不进行编码保护,FER 会随着块长的增加而上升。考虑到移动通信系统关注的是 FER,必须对子集内的比特进行编码保护。和 LDPC 码负责的功能不同,BCH 码用于改善编码调制系统的平层区。平层区和 BCH 码的纠错能力以及  $P_b$  密切相关。对于某个 BCH 码,我们假设它可以纠  $t$  个错误。考虑到 LDPC 码纠错能力很强,可以假设被 LDPC 码保护的 BCH 码的校验比特没有错误。那么,BCH 码的输入错误仅由对子集内比特的解调结果硬判导致。BCH 码的错误译码概率可以按照以下方式估计:

$$\begin{aligned} P_{\text{BCH,dec}} &= 1 - \sum_{k=0}^t \binom{K_{\text{BCH}}}{k} P_b^k (1 - P_b)^{K_{\text{BCH}} - k} \\ &\approx 1 - \sum_{k=0}^t \frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!} \end{aligned} \quad (24)$$

其中,  $K_{\text{BCH}}$  为 BCH 码的信息位长度,  $\mu = K_{\text{BCH}} \times P_b$ 。这里,我们用泊松分布来近似二项分布。为了获得低于目标 FER 的性能,可以根据上式估算出输入误比特率的门限值。图 7 给出了  $P_{\text{BCH,dec}}$  和  $P_b$  的关系,其中 BCH 码选自 DVB-S2X 标准,纠错能力为  $t = 12$ 。如果要获得低于  $10^{-4}$  的 FER, (7 200, 7 032) BCH 码的输入误比特率应低于  $5 \times 10^{-4}$ , (14 400, 14 232) BCH 码的输入误比特率应低于  $2.3 \times 10^{-4}$ 。

## 4 冗余分配

编码调制系统的冗余来自分布匹配器,LDPC 码以及 BCH 码。这三种冗余的分配将影响编码调制系统的总体性能。

### 4.1 冗余的定义

本文的冗余以比特/二维为单位,表示模块的输

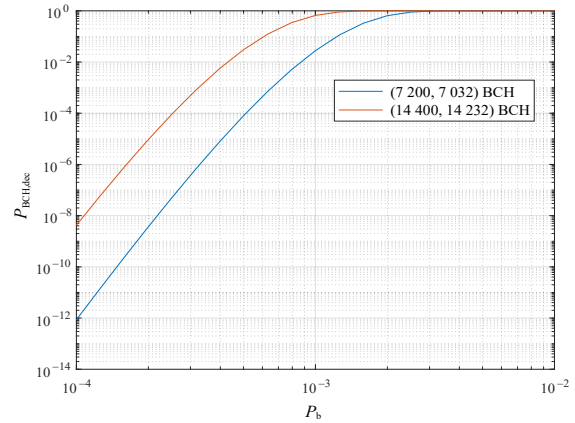


图7 BCH 码错误译码概率和输入误比特率的关系

Figure 7 Relationship between failed decoding probability and input BER of BCH codes

出端相较于输入端,平均每个调制符号增加的比特数。纠错编码的冗余来自校验比特。BCH 码的冗余为  $\beta$  比特/二维。LDPC 码的校验比特数为  $\ell N(1 - R_{\text{LDPC}})$ ,其中  $\ell N$  为 LDPC 码长。结合式(4),可以计算出 LDPC 码的冗余为  $\ell(1 - R_{\text{LDPC}}) = 2 - \beta - \gamma$  比特/二维。分布匹配器的冗余(或者叫成形冗余)为  $\frac{(2m - 2)N - k}{N} = 2m - 2 - R_s$  比特/二维。根据式(2),成形冗余也可以表示为  $2m - 2 - R_t + \gamma$  比特/二维。

### 4.2 冗余优化思路

基于上述冗余表达式可知,在给定  $R_t$  的情况下,对这三种冗余的分配实际上就是调整参数  $\beta$  和  $\gamma$ 。在优化冗余之前,我们先做这样一个声明,即瀑布区的增益来源于成形增益和 LDPC 编码增益,而 BCH 码用于减少子集内比特的错误概率,对瀑布区影响较小。我们主要优化瀑布区的增益。至于子集内的比特,只要保证解调的错误个数大概率出现在 BCH 码的纠错能力范围内即可。按照 Ungerboeck 子集划分方法以及多天线的分集增益,这通常是可以保证的。

本文提出的优化方法包含两个阶段。这里先简述下想法。在第一阶段,假设不存在 BCH 码,即  $\beta = 0$ ,通过优化可达速率确定成形和 LDPC 码的最优冗余分配。这可以保证一个好的瀑布区增益。然后,固定 LDPC 码的冗余,从前面的成形冗余中分配一部分给 BCH 码。由于成形冗余的减少,信号的平均能量会增加,从而导致瀑布区的性能回退,以及子集内比特的解调错误增加。如果瀑布区回退在可接受的范围内,并且子集内的比特在经过 BCH 译码后可靠度很高,这种冗余分配方式就是可行的。之所以先固定 LDPC 码的冗余,是因为 LDPC 码的增益大小和构造方法有关,不易刻画。相比之下,成形增益的大小体

现在信号平均能量上,可以用成形冗余较为准确地估计。

### 4.3 优化冗余分配

在给定的传输速率  $R_t$  下,计算 Shannon 容量下的最小信噪比,以及编码调制系统的最小信噪比。然后计算两个信噪比的差,即

$$\Delta\text{SNR} = 10\lg(\text{SNR})|_{R_{\text{TLC-PS}}=R_t} - 10\lg(\text{SNR})|_{C_{\text{Shannon}}=R_t} \quad (25)$$

注意,在计算  $10\lg(\text{SNR})|_{R_{\text{TLC-PS}}=R_t}$  时,我们先假设  $\beta=0$ ,即无 BCH 编码。根据式(23),给定调制方式、子集划分以及天线配置,  $R_{\text{TLC-PS}}$  的取值受概率分布影响。因此,  $\Delta\text{SNR}$  是概率分布的函数。为了方便参数计算,我们重新整理了系统参数之间的关系。根据式(2)~(4),可以得到

$$R_{\text{LDPC}} = \frac{\ell + R_t - H(X) + \beta}{\ell} \quad (26)$$

设定传输速率  $R_t=6$  比特/二维,调制方式为 256-QAM,子集划分进行 4 层。图 8 和图 9 分别描绘了  $2 \times 2$  天线以及  $2 \times 1$  天线时,  $\Delta\text{SNR}$  和  $H(X)$  的关系,同时描绘了在  $\Delta\text{SNR}$  对应的信噪比下,子集内的误比特率。图 8 中,调制方式为 256-QAM,子集划分进行 4 层,传输速率为 6 比特/二维,天线配置为  $2 \times 2$  MIMO;图 9 中,调制方式为 256-QAM,子集划分进行 4 层,传输速率为 6 比特/二维,天线配置为  $2 \times 1$  MIMO。对这两种情况,当  $H(X)=7.4$  比特/二维时,  $\Delta\text{SNR}$  最小。但是,由于分集阶数不同,子集内的误比特率有明显差异。对于  $2 \times 2$  天线,  $P_b$  为  $2.0 \times 10^{-4}$ ,而对于  $2 \times 1$  天线,  $P_b$  为  $10^{-3}$ 。这意味着,如果采用(7 200, 7 032) BCH 码,  $2 \times 2$  天线可以在最优信噪比下获得低于  $10^{-4}$  的 FER。根据式(26),可以计算出 LDPC 码的速率为 0.65。根据式(4),可以算出在该 LDPC 码率下,  $\beta+\gamma=0.6$ ,或者说 LDPC 码的冗余为 1.4 比特/二维。固定 LDPC 码率,分出部分成形冗余给 BCH 码,新的信号熵为  $H'(X) = H(X) + \beta$ 。计算概率分布变化引起的能量变化,即

$$\Delta E_s = 10\lg(E_s)|_{H'(X)} - 10\lg(E_s)|_{H(X)} \quad (27)$$

图 10 描绘了在 MB 分布下, 256-QAM 符号能量和概率分布的关系,信号服从 MB 分布。注意,能量为对数形式。这种表示的好处是可以看出概率分布变化时,能量变化的倍率。在距离均匀分布较远的情形下,如  $H(X) < 2m-1$ ,  $\Delta E_s$  是线性变化的。  $H(X)$  每增加 1.0 比特/二维,能量提升 3 dB。当  $H(X) > 2m-1$  时,  $\Delta E_s$  会出现非线性变化。在图 10 中,相比于  $H(X) = 7.4$ ,  $H'(X) < 7.485$  (即  $\beta < 0.085$ ) 引起的能量变化不超过 0.3 dB。

## 5 复杂度分析

对于本文的方案,其复杂度来源于 LDPC 码、BCH

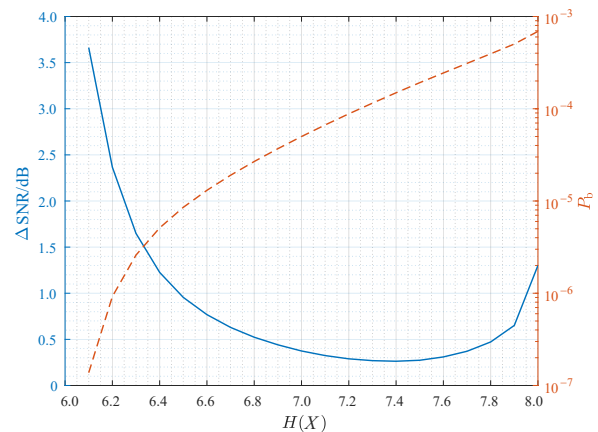


图 8  $\Delta\text{SNR}$  以及  $P_b$  和  $H(X)$  的关系( $2 \times 2$  天线)

Figure 8  $\Delta\text{SNR}$  and  $P_b$  vs.  $H(X)$  ( $2 \times 2$  antenna)

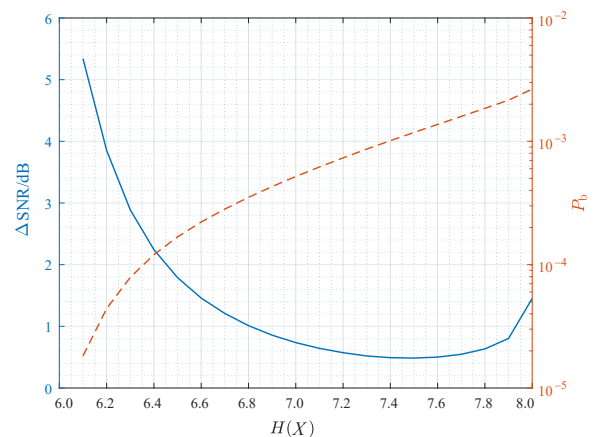


图 9  $\Delta\text{SNR}$  以及  $P_b$  和  $H(X)$  的关系( $2 \times 1$  天线)

Figure 9  $\Delta\text{SNR}$  and  $P_b$  vs.  $H(X)$  ( $2 \times 1$  antenna)

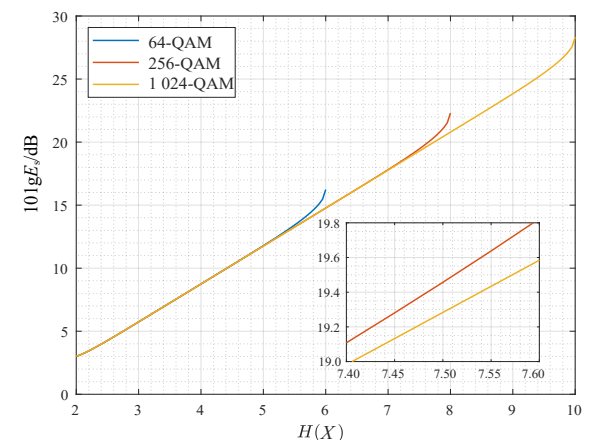


图 10 不同调制方式符号能量和  $H(X)$  的关系

Figure 10 Symbol energy vs.  $H(X)$  for different modulation schemes

码和分布匹配器。接下来,我们会介绍不同模块所需的运算类型,以及对应的运算次数。

LDPC 码可以用 Tanner 图表示。Tanner 图由校验节点、变量节点和连接这两类节点的边组成。LDPC

码在 Tanner 图上进行基于软信息的迭代译码。它的复杂度和两类节点的消息更新以及迭代次数有关。假设软信息定义在对数域上。校验节点的运算类型为盒式加(box-plus),变量节点的运算类型为实数加。一个度为  $d$  的节点需要完成  $d$  条边的消息更新。采用前向-后向的更新策略可以避免重复计算。假设 LDPC 码有  $n_c$  个校验节点和  $n_v$  个变量节点,译码的总体计算量为

$$\eta_{\text{LDPC}} = n_{\text{iter}} \left( \sum_{i=1, d_{c,i} > 2}^{n_c} 3(d_{c,i} - 2) + \sum_{i=1, d_{v,i} > 1}^{n_v} (3d_{v,i} - 4) \right) \quad (28)$$

其中,  $n_{\text{iter}}$  为迭代次数,  $d_{c,i}$  和  $d_{v,i}$  分别表示第  $i$  个校验节点和变量节点的度。

BCH 码定义在有限域上。它的译码过程分为三步,即计算伴随子、计算错误位置多项式和基于钱搜索寻找错误位置。其中,计算错误位置多项式可以采用 Berlekamp-Massey 算法。BCH 译码过程的描述较为复杂,有关细节可以参考文献[33],这里仅讨论计算复杂度。考虑长度为  $n$ 、纠错能力为  $t$  的二元 BCH 码。计算  $2t$  个伴随子总共需要  $2t \times n$  次有限域乘法和  $2t \times n$  次有限域加法。BM 算法需要  $3t^2$  次有限域乘法和  $3t^2$  有限域加法<sup>[33]</sup>。钱搜索需要  $n \times t$  次有限域乘法和  $n \times t$  次有限域加法。因此,BCH 译码的总体计算量为

$$\eta_{\text{BCH}} = 6n \times t + 6t^2 \quad (29)$$

本文的分布匹配器采用文献[19]中的枚举球成形方案。成形和解成形在有界能量网格上执行,运算类型为加法或者减法。假设成形的 QAM 符号数量为  $N$ 。根据[19],解成形需要的计算量为

$$\eta_{\text{ESS}} = 2N \times (2^{m-1} - 1) \quad (30)$$

至于均匀的 BICM 和文献[26]的方案,它们的复杂度可以基于上面的分析结果,选择对应的模块进行计算。

## 6 数值仿真

在本章,我们评估了所提编码调制系统的性能。移动通信系统关注的是 FER。本文以 FER 为  $10^{-4}$  时的性能为衡量标准。在仿真中,我们会和文献[26]的方案以及均匀输入的 BICM 方案进行比较。在两层编码结构方面,文献[26]的方案和本文的区别在于没有使用 BCH 码对子集内的比特进行保护。仿真涉及的速率参数的计算方法在表 1 中给出。 $R_t$  为系统的传输速率,  $2m$  为 QAM 星座的比特层数,  $\ell$  为子集划分的层数,  $N_{\text{BCH}}$  和  $K_{\text{BCH}}$  分别为 BCH 码的码长和信息长。

### 6.1 仿真配置

本节介绍了仿真的通用配置,包括编码方案、成形方案、星座映射以及交织器。

表 1 仿真中速率参数的计算方法

Table 1 Calculation of rate parameters in simulation

参数	本文的方案、文献[26]	均匀的 BICM
BCH 码	冗余: $\beta = (N_{\text{BCH}} - K_{\text{BCH}})/N$ 比特/二维	—
LDPC 码	冗余: $2 - \beta - \gamma$ 比特/二维 码率: $R_{\text{LDPC}} = \frac{\ell - 2 + \gamma + \beta}{\ell}$	码率: $R_{\text{LDPC}} = R_t/(2m)$
成形速率	$R_s = R_t - \gamma$ 比特/二维	—
信号熵	$H(X) = R_s + 2$ 比特/二维	$H(X) = 2m$ 比特/二维

#### (1) 编码方案

仿真面向的是高吞吐传输场景,因此采用的 LDPC 码为长码。相比之下,分布匹配器在较短的块长上就能拿到很大的成形增益。因此,仿真时用一个 LDPC 码字对多个成形序列进行编码保护。LDPC 码选自 5G 标准,用“(信息长,码率)”表示。译码采用和积算法,最大迭代次数为 50。BCH 码选自 DVB-S2 标准,用“(码长,信息长)”表示,纠错能力为  $t = 12$ 。需要注意的几个细节操作有:如果 BCH 码的输入长度不足其支持的信息长度,通过补 0,即信息缩短,来获得足够的输入长度;按照 5G LDPC 码,基矩阵前两列为打孔位。这些位置优先放置编码调制系统的附加信息比特。如果附加信息序列的长度不足两列,剩下的位置由幅度比特填充,且不打孔。

#### (2) 成形方案

分布匹配器采用文献[19]中的枚举球成形方案。这里简述一下和实现有关的参数。该方案需要设定序列能量的最大值  $E_{\text{max}}$ ,所有能量不超过  $E_{\text{max}}$  的序列都为分布匹配器的合法序列。给定调制方式和序列长度,通过调整  $E_{\text{max}}$  可以改变成形速率。在该方案中,分布匹配器的成形和解成形在有界能量网格上执行。该网格具有矩阵结构,矩阵的列数为成形序列的长度加 1,行数和成形序列的最大能量  $E_{\text{max}}$  有关。矩阵中的元素为大整数,需要的表示位宽较多。为了做到低复杂度,文献[19]采用了“( $f, q$ )”近似,即对于大整数  $c$ ,将其向下近似为  $f \cdot 2^q$ 。实现时仅需存储  $f$  和  $q$ ,分别采用  $n_f$  和  $n_q$  个比特表示。由于枚举球方案不是本文的重点,仿真时我们仅提供成形序列长度、 $E_{\text{max}}$  和量化位宽( $n_f, n_q$ )这些关键参数。

#### (3) 信号星座

对于两层编码调制,子集划分均进行  $\ell = 4$  层。也就是说,无论调制阶数多大,只有 4 个比特层进行了编码保护。两层编码调制采用文献[26]中的信号标号策略,BICM 系统采用格雷标号策略。

(4) 本文采用的交织方式为行列交织,逐层地输出所有符号的标号比特。

6.2 AWGN信道下的性能

在 AWGN 信道下,由于没有衰落,子集内的误比特率性能较好。因此仿真时,我们采用单发单收,即 SISO。调制符号直接进入信道,接收端对信道输出进行解调。

对于 256-QAM,分布匹配器输出的成形序列长度为 64。由 22 个成形序列组成一个编码块,总共有 1 408 个 QAM 符号。设定传输速率为  $R_t=6$  比特/二维,LDPC 编码冗余为 1.0 比特/二维。根据表 1,  $2-\beta-\gamma=1.0$ 。在本文的方案里,我们选用了 (7 200, 7 032) BCH 码。BCH 码的实际输入比特数为  $1\ 408 \times 4 = 5\ 632$ ,校验比特数为 168,其中 4 为 BCH 编码的比特层数。可以算出 BCH 码的冗余为  $\beta \approx 0.115$  比特/二维。此时,  $\gamma=0.885$  比特/二维。成形速率为  $R_s=R_t-\gamma=5.115$  比特/二维。在理想情况下,256-QAM 符号的熵为  $H(X)=R_s+2=7.115$  比特/二维。文献[26]没有采用 BCH 码,此时  $\beta=0, \gamma=1.0$  比特/二维。可以计算出成形速率为  $R_s=R_t-\gamma=5.0$  比特/二维。在表 2 中,我们给出了不同传输方案的编码和成形参数。在理想情况下,256-QAM 的熵为  $H(X)=R_s+2=7.0$  比特/二维。按照式(27)给出的定义,对于 MB 分布,当  $H(X)$  从 7.0 变为 7.115 时,信号的平均能量增加约 0.36 dB。在图 11 的仿真结果中,本文方案相较于文献[26]在瀑布区性能回退约 0.3 dB,比较接近预期结果。表 3 记录了给定信噪比下,子集内比特的解调错误概率  $P_b$ 。文献[26]的方案在 19.6 dB 下,  $P_b$  为  $3.53 \times 10^{-8}$ 。在无编码保护的情况下,可以估计出子集内比特贡献的 FER 为  $1 - (1 - 3.53 \times 10^{-8})^{5\ 632} \approx 1.99 \times 10^{-4}$ 。因此,在图 11 中文献[26]的方案在  $FER=10^{-4}$  处进入了平层。图 11 中,调制方式为 256-QAM,传输速率为 6.0 比特/二维,天线配置为 SISO。根据表 3,本文的方案在 19.6 dB 下  $P_b$  为  $4.31 \times 10^{-8}$ 。根据图 7,在该输入误比特率下,BCH 译码后的 FER 极低。因此本文方案在  $FER=10^{-4}$  处没有平层。在性能的瀑布区,相较于均匀 BICM 方案,本文方案有 0.9 dB 的提升。值得注意的是,在该仿真参数下,三种传输方案有着一样的 5G LDPC 码的基矩阵。区别在于,均匀 BICM 的码长是两层编码方案的两倍。因此,在本文方案中,LDPC 码的复杂度相较于均匀的 BICM 降低了 50%。从另一个角度看,当使用同样的 LDPC 码时,两层编码传输的信息可以是均匀的 BICM 的两倍。这可以体现所提方案的高吞吐潜力。

对于 1024-QAM,分布匹配器输出的成形序列长度为 48。由 22 个成形序列组成一个编码块,总共有 1 056 个 QAM 符号。设定传输速率为  $R_t=8$  比特/二维,LDPC 编码冗余为 1.0 比特/二维。根据表 1,  $2-\beta-\gamma=$

表 2 AWGN信道下,不同传输方案的编码和成形参数

Table 2 Parameters of coding and shaping for different transmission schemes over AWGN channels

调制方式	模块	本文	文献[26]	均匀的 BICM
256-QAM	LDPC	(4 224, 0.75)	(4 224, 0.75)	(8 448, 0.75)
	BCH	(7 200, 7 032)	—	—
	成形	$E_{\max}=4\ 439$ $(n_p, n_q)=(16, 9)$	$E_{\max}=4\ 095$ $(n_p, n_q)=(16, 9)$	—
1024-QAM	LDPC	(3 168, 0.75)	(3 167, 0.75)	(8 448, 0.8)
	BCH	(7 200, 7 032)	—	—
	成形	$E_{\max}=13\ 919$ $(n_p, n_q)=(16, 9)$	$E_{\max}=12\ 503$ $(n_p, n_q)=(16, 9)$	—

表 3 AWGN信道下,仿真得到的给定信噪比的子集内误比特率

Table 3 Intra-subset BERs obtained from simulation over AWGN channels at given SNRs

调制方式	方案	
	文献[26]	本文
256-QAM	$3.53 \times 10^{-8}$ @19.6 dB	$4.31 \times 10^{-8}$ @19.6 dB
1024-QAM	$1.77 \times 10^{-8}$ @25.9 dB	$1.23 \times 10^{-8}$ @25.9 dB

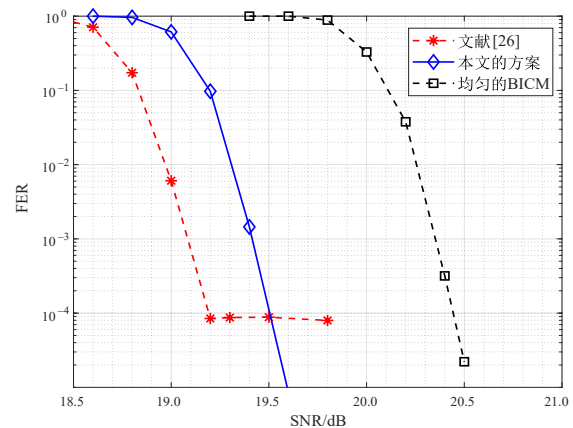


图 11 不同传输方案在 AWGN 信道下的性能比较

Figure 11 Performance comparison of different transmission schemes over AWGN channels

1.0。在本文的方案里,我们选用了 (7 200, 7 032) BCH 码。BCH 码的实际输入比特数为  $1\ 056 \times 6 = 6\ 336$ ,校验比特数为 168,其中 6 为 BCH 编码的比特层数。可以算出 BCH 码的冗余  $\beta \approx 0.16$  比特/二维,附加信息速率  $\gamma=0.84$  比特/二维。成形速率为  $R_s=R_t-\gamma=7.16$  比特/二维。在理想情况下,1024-QAM 的熵为  $H(X)=R_s+2=9.16$  比特/二维。文献[26]没有采用 BCH 码,此时  $\beta=0, \gamma=1.0$  比特/二维。可以计算出成形速率为  $R_s=R_t-\gamma=7.0$  比特/二维。不同传输方案的编码和成形参数见表 2。在理想情况下,1024-QAM 符号的熵为  $H(X)=R_s+2=9.0$  比特/二维。按照式(27)给出的定义,对于 MB 分布,当  $H(X)$  从 9.0 变为 9.16 时,信

号的平均能量增加约为 0.5 dB。在图 12 的仿真结果中,本文方案相较于文献[26]在瀑布区性能回退 0.4~0.45 dB,接近预期结果。文献[26]的方案根据表 3,在 25.9 dB 下,  $P_b$  为  $1.77 \times 10^{-8}$ 。在无编码保护的情况下,可以估计出子集内比特贡献的 FER 为  $1 - (1 - 1.77 \times 10^{-8})^{6336} \approx 1.12 \times 10^{-4}$ 。因此,在图 12 中文献[26]的方案在 FER =  $10^{-4}$  处进入了平层。图 12 中,调制方式为 1024-QAM,传输速率为 8.0 比特/二维,天线配置为 SISO。根据表 3,本文的方案在 25.9 dB 下  $P_b$  为  $1.23 \times 10^{-7}$ 。根据图 7,在该输入误比特率下,BCH 译码后的 FER 极低。因此,本文方案在 FER =  $10^{-4}$  处没有平层。在性能的瀑布区,相较于均匀 BICM 方案,所提方案有 1.0 dB 的提升。

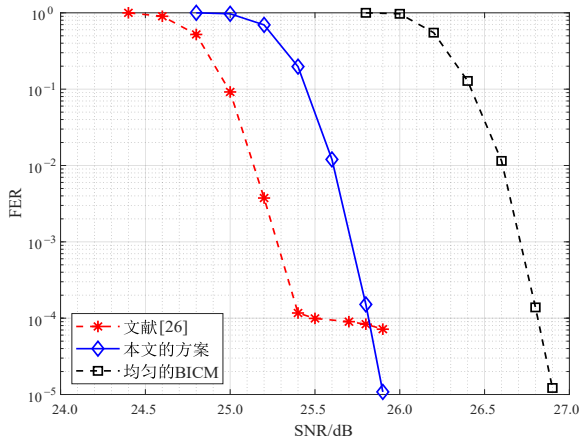


图 12 不同传输方案在 AWGN 信道下的性能比较

Figure 12 Performance comparison of different transmission schemes over AWGN channels

在图 13 中,我们比较了本文的方案和均匀的 BICM 方案的复杂度。其中,计算 LDPC 译码复杂度时采用了平均迭代次数,调制方式为 256-QAM 和 1024-QAM。随着 FER 降低,总体复杂度有所下降。这是因为随着信噪比增加,LDPC 译码的平均迭代次数减少。当 FER 为  $10^{-2}$  时,相比于均匀的 BICM 方案,所提方案在 256-QAM 和 1024-QAM 下,复杂度降低了 48% 左右。当 FER 为  $10^{-4}$  时,相比于均匀的 BICM 方案,所提方案在 256-QAM 和 1024-QAM 下,复杂度也降低了 48% 左右。

### 6.3 衰落信道下的性能

在衰落信道下,我们采用空时分组编码的多天线技术进行传输。 $2 \times 2$  天线可以获得 4 阶分集增益, $2 \times 1$  天线可以获得 2 阶分集增益。

在 256-QAM 和 1024-QAM 下仿真。部分参数,如传输速率、成形序列的长度和数量、BCH 码,和前面在 AWGN 信道下的仿真保持一致。成形和 LDPC 码的冗余有所不同。设定 LDPC 码的冗余为 1.4 比特/二

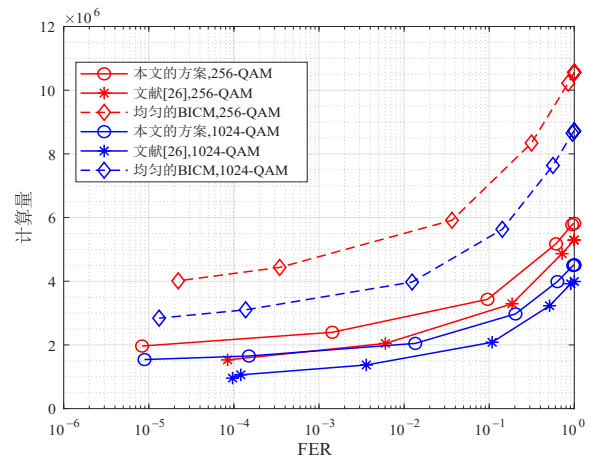


图 13 AWGN 信道下,不同传输方案的复杂度比较

Figure 13 Complexity comparison of different transmission schemes over AWGN channels

维。根据表 1 可以计算出各种速率参数,此处不再进行详细介绍。不同传输方案的编码和成形参数如表 4 所示。仿真结果如图 14 和图 15 所示。图 14 中,调制方式为 256-QAM,传输速率为 6.0 比特/二维,天线配置包括  $2 \times 2$  MIMO、 $2 \times 1$  MIMO 以及 SISO,其中,MIMO 采用了空时分组编码;图 15 中,调制方式为 1024-QAM,传输速率为 8.0 比特/二维,天线配置包括  $2 \times 2$  MIMO、 $2 \times 1$  MIMO 以及 SISO,其中,MIMO 采用了空时分组编码。

表 4 衰落信道下,不同传输方案的编码和成形参数

Table 4 Parameters of coding and shaping for different transmission schemes over fading channels

调制方式	模块	本文的方案	文献[26]	均匀的 BICM
256-QAM	LDPC	(3 661, 0.65)	(3 661, 0.65)	(8 448, 0.75)
	BCH	(7 200, 7 032)	—	—
	成形	$E_{\max} = 6\ 095$ $(n_f, n_q) = (16, 9)$	$E_{\max} = 5\ 503$ $(n_f, n_q) = (16, 9)$	—
1024-QAM	LDPC	(2 746, 0.65)	(2 746, 0.65)	(8 448, 0.8)
	BCH	(7 200, 7 032)	—	—
	成形	$E_{\max} = 19\ 055$ $(n_f, n_q) = (16, 9)$	$E_{\max} = 16\ 871$ $(n_f, n_q) = (16, 9)$	—

表 5 给出了在特定信噪比下子集内的误比特率,数值结果通过仿真得到。文献[26]中的方案由于子集内的比特缺乏编码保护,在 MIMO/SISO 衰落信道条件下出现了很高的 FER。比如,SISO 下的 1024-QAM,当信噪比为 30.2 dB 时,  $P_b$  为  $3.07 \times 10^{-3}$ ,可以估计出子集内比特贡献的 FER 为  $1 - (1 - 3.07 \times 10^{-3})^{6336} \approx 0.99$ 。

接下来,针对本文提出的方案进行分析。子集内的标号比特采用了 BCH 码保护。根据图 7,对于 (7 200, 7 032) BCH 码,为获得低于  $10^{-4}$  的 FER,  $P_b$  应

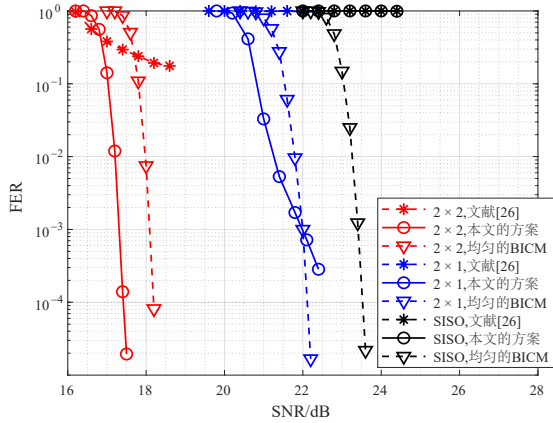


图 14 不同传输方案在衰落信道下的性能比较

Figure 14 Performance comparison of different transmission schemes over fading channels

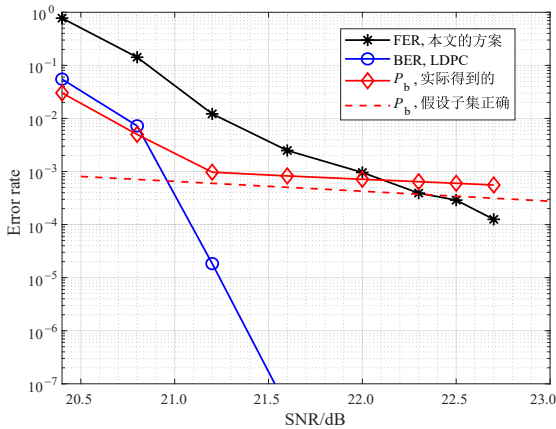


图 15 不同传输方案在衰落信道下的性能比较

Figure 15 Performance comparison of different transmission schemes over fading channels

表 5 衰落信道下,仿真得到的给定信噪比的子集内误比特率

Table 5 Intra-subset BERs obtained from simulation over fading channels at given SNRs

调制方式	方案	天线配置		
		2x2 天线	2x1 天线	SISO
256-QAM	文献[26]	$5.77 \times 10^{-5}$ @17.6 dB	$6.26 \times 10^{-4}$ @22.0 dB	$3.65 \times 10^{-3}$ @24.0 dB
	本文的方案	$8.91 \times 10^{-5}$ @17.5 dB	$7.14 \times 10^{-4}$ @22.0 dB	$4.11 \times 10^{-3}$ @24.0 dB
1024-QAM	文献[26]	$4.52 \times 10^{-5}$ @23.8 dB	$4.25 \times 10^{-4}$ @28.4 dB	$3.07 \times 10^{-3}$ @30.2 dB
	本文的方案	$6.49 \times 10^{-5}$ @23.8 dB	$5.36 \times 10^{-4}$ @28.4 dB	$3.51 \times 10^{-3}$ @30.2 dB

低于  $5 \times 10^{-4}$ 。当天线为  $2 \times 1$  时,1024-QAM 在 28.4 dB 下的  $P_b$  为  $5.36 \times 10^{-4}$ ,高于该门限值。因此,在该信噪比下,本文所提方案的性能较差。在 SISO 下,由于没有分集增益,子集内比特的解调错误会更多。因此

总体性能也很差。当天线为  $2 \times 2$  时,1024-QAM 在 23.8 dB 下的  $P_b$  为  $6.49 \times 10^{-5}$ 。这得益于 4 阶分集增益。BCH 译码器在此输入错误概率下的 FER 极低。在  $2 \times 1$  天线,本文所提方案出现了拐点,这里对其原因进行解释。在图 16 和图 17 中,我们展示了  $2 \times 1$  MIMO 衰落信道下,本文所提方案中不同模块的纠错性能。其中,图 16 对应于 256-QAM,图 17 对应于 1024-QAM。图中,蓝色曲线为 LDPC 码字的误比特率;红色虚线为假设 LDPC 译码正确的情况下,子集内比特的解调错误概率;红色实线为系统实际的子集内比特的解调错误概率;黑色线为系统的总体误帧率。图中的拐点为 256-QAM 下的 21.2 dB 和 1024-QAM 下的 27.6 dB。可以看出,在拐点出现之前,系统的总体性能受限于 LDPC 码,它在影响子集错误的同时,也影响了子集内比特的错误。在拐点处,LDPC 码开始获得较好的性能,误比特率为  $10^{-5}$  量级。而此时,子集内比特的解调错误率在  $10^{-3}$  左右。根据 BCH 码输入和输出错误概率的关系(图 7),BCH 码的误帧率此时为  $10^{-2}$  左右。也就是说,在拐点之后,BCH 码限制了系统的总体性能。而对于  $2 \times 2$  MIMO,由于分集增益更多,BCH 码具有很低的输入误比特率,约为  $10^{-5}$  量级(表 5)。因此,BCH 码的输出误帧率极低。从总体而言, $2 \times 2$  MIMO 下系统没有分层。

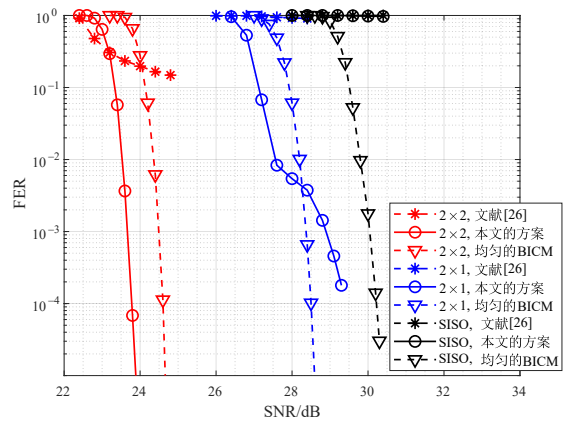


图 16  $2 \times 1$  MIMO 衰落信道下,本文所提方案的不同模块的错误性能  
Figure 16 Error performances of different modules of the proposed scheme, which are evaluated over the  $2 \times 1$  MIMO fading channel

从总体增益来看,当  $FER = 10^{-4}$  时,对于 256-QAM 和传输速率 6.0 比特/二维,以及 1024-QAM 和传输速率 8.0 比特/二维,所提方案在  $2 \times 2$  天线下相较于均匀的 BICM 方案有 0.75 dB 左右的提升。

在图 18 中,我们比较了  $2 \times 2$  天线,本文的方案和均匀的 BICM 方案的复杂度。当 FER 为  $10^{-2}$  时,相比于均匀的 BICM 方案,所提方案在 256-QAM 和

1024-QAM下复杂度降低了40%左右。当FER为 $10^{-4}$ 时,相比于均匀的BICM方案,所提方案在256-QAM和1024-QAM下复杂度也降低了40%左右。

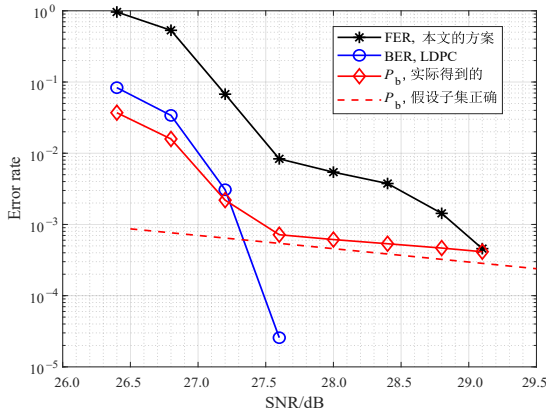


图17  $2 \times 1$  MIMO衰落信道下,本文所提方案的不同模块的错误性能  
Figure 17 Error performances of different modules of the proposed scheme, which are evaluated over the  $2 \times 1$  MIMO fading channel

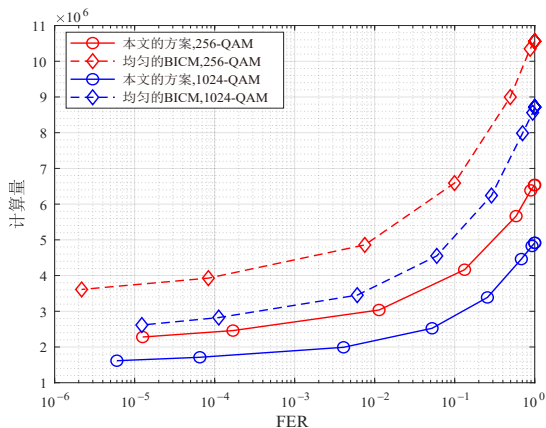


图18 衰落信道下,本文的方案和均匀的BICM方案的复杂度比较  
Figure 18 Complexity comparison between the proposed scheme and the uniform BICM scheme over fading channel

## 7 结论

面向6G移动通信高吞吐和高谱效传输需求,本文提出了一种适合在无线衰落信道传输的概率成形两层编码调制系统。通过空时分组编码的多天线技术对抗信道衰落。在衰落信道下,所提方案采用 $2 \times 2$ 天线时能保持 $10^{-4}$ 以下的FER;当传输速率高于6.0比特/二维时,相较于均匀的BICM系统,能提供0.75 dB左右的增益。就复杂度而言,所提方案相较于均匀的BICM系统显著降低。

致谢 感谢陈超博士在论文修改环节所给予的指导。

## 参考文献

[1] Ungerboeck G. Channel coding with multilevel/phase sig-

nals[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1982, 28(1): 55-67.

- [2] Imai H, Hirakawa S. A new multilevel coding method using error-correcting codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1977, 23(3): 371-377.
- [3] Caire G, Taricco G, Biglieri E. Bit-interleaved coded modulation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(3): 927-946.
- [4] Gallager R. Low-Density Parity-Check Codes[M]. Cambridge: MIT Press, 1963.
- [5] 白宝明, 孙韶辉, 王加庆. 5G移动通信中的信道编码[M]. 北京: 电子工业出版社, 2020.  
Bai Baoming, Sun Shaohui, Wang Jiaqing. Channel Coding in 5G Mobile Communications [M]. Beijing: Electronics Industry Press, 2020. (in Chinese)
- [6] ITU-R. Framework and overall objectives of the future development of IMT for 2030 and beyond[C]// International Telecommunication Union Radiocommunication Sector Working Party 5D (ITU-R WP 5D) 44th meeting. Switzerland, Geneva, 2023.
- [7] Barakatain M, Lentner D, Böecherer G, et al. Performance-complexity tradeoffs of concatenated FEC for higher-order modulation[J]. Journal of Lightwave Technology, 2020, 38(11): 2944-2953.
- [8] Yuan Ruimin, Fang Jian, Xu Rongchi, et al. A hybrid MLC and BICM coded-modulation framework for 6G[C]//IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). IEEE, 2021: 1-6.
- [9] Yao Hanwen, Du Jinfeng, Vardy A. Polar coded modulation via hybrid bit labeling[C]//2022 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). IEEE, Espoo, Finland, 2022: 980-985.
- [10] Arikan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073.
- [11] Forney G, Gallager R, Lang G, et al. Efficient modulation for band-limited channels[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1984, SAC-2(5): 632-647.
- [12] Sun Fengwen, Tilborg H. Approaching capacity by equiprobable signaling on the Gaussian channel[J]. IEEE Transaction Information Theory, 1993, 39(5): 1714-1716.
- [13] Calderbank A, Ozarow L. Nonequiprobable signaling on the Gaussian channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1990, 36(4): 726-740.
- [14] Kschischang F, Pasupathy S. Optimal nonuniform signaling for Gaussian channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1993, 39(3): 913-929.
- [15] Gallager R. Information Theory and Reliable Communi-

- cation[M]. Hoboken: Wiley, 1968.
- [16] Forney G. Trellis shaping[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1992, 38(2): 281-300.
- [17] Böcherer G, Steiner F, Schulte P. Bandwidth efficient and rate-matched low-density parity-check coded modulation[J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(12): 4651-4665.
- [18] Schulte P, Böcherer G. Constant composition distribution matching[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 62(1): 430-434.
- [19] Gültekin Y, Houtum W, Koppelaar A, et al. Enumerative sphere shaping for wireless communications with short packets[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(2): 1098-1112.
- [20] Schulte P, Steiner F. Divergence-optimal fixed-to-fixed length distribution matching with shell mapping[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8(2): 620-623.
- [21] Laroia R, Farvardin N, Tretter S. On optimal shaping of multidimensional constellations[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1994, 40(4): 1044-1056.
- [22] Yao Yao, Xiao Kexin, Xia Bin. Design and analysis of rotated-QAM based probabilistic shaping scheme for Rayleigh fading channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(5): 3047-3063.
- [23] Kang Weimin. A nonbinary LDPC-coded probabilistic shaping scheme for a Rayleigh fading channel[J]. Entropy, 2022, 24(11): 1649.
- [24] Kang Weimin. A probabilistic shaping scheme for MIMO systems with signal space diversity[C]//2022 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). IEEE, Austin, TX, USA, 2022: 251-255.
- [25] Matsumine T, Yankov M, Mehmood T, et al. Rate-adaptive concatenated multi-level coding with novel probabilistic amplitude shaping[J]. IEEE Transactions on Communications, 2022, 70(5): 2977-2991.
- [26] Yuan Ruimin, Bai Baoming, Fang Jian, et al. Two-level LDPC-coded modulation with probabilistic shaping[J]. IEEE Communications Letters, 2023, 27(8): 2019-2023.
- [27] Matsumine T, Yankov M, Forchhammer S. Geometric constellation shaping for concatenated two-level multi-level codes[J]. Journal of Lightwave Technology, 2022, 40(16): 5557-5566.
- [28] Alamouti S. A simple transmit diversity technique for wireless communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1998, 16(8): 1451-1458.
- [29] Tse D, Viswanath P. Fundamentals of Wireless Communication[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [30] Blahut R. Computation of channel capacity and rate-distortion functions[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1972, 18(4): 460-473.
- [31] Arimoto S. An algorithm for computing the capacity of arbitrary discrete memoryless channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1972, 18(1): 14-20.
- [32] Böcherer G. Achievable rates for shaped bit-metric decoding[PP/OL]. V6. arXiv (2016-05-28) [2025-06-22]. <https://arxiv.org/abs/1410.8075>.
- [33] Blahut R E. Algebraic codes for data transmission[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

### 作者简介



**袁瑞敏** 男,1998年出生于山西省怀仁市。现为西安电子科技大学博士研究生。主要研究方向为现代信道编码调制技术及其应用。  
E-mail: ruiminyuan@stu.xidian.edu.cn



**刘凌** 男,1988年出生于江西省吉安市。现为西安电子科技大学广州研究院副教授。主要研究方向为信息论、信道编码、信源编码、格密码。  
E-mail: liuling@xidian.edu.cn



**白宝明** 男,1966年出生于山西省大同市。现为西安电子科技大学教授。主要研究方向为现代信道编码技术及应用、面向信息网络的多用户信息传输与编码、量子通信与量子编码技术。中国电子学会会员编号:E190003519F。  
E-mail: bmbai@mail.xidian.edu.cn